الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2016

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

يحتوي الموضوع الأول على 03 صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأوّل: (04نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، لتكن النقط : $A(1;1;4)$ ، $B(0;3;1)$ و $C\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3};5\right)$ و المستوي (P) الذي $x-2y+z-3=0$ معادلة له و المستقيم (Δ) الذي $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=4-3t \end{cases}, \ t\in\mathbb{R}$ تمثيلا وسيطيا له.

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة ، حدّدها مع التعليل.

		الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة جـ)
1	المستوي (P) يحوي المستقيم	(Δ)	(AB)	(AC)
2	المستويان (P) و (ABC)	متوازيان تماما	متقاطعان	متطابقان
3	المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ) هي النقطة	A	B	C
4	المستقيمان (Δ) و (AC)	متقاطعان	متوازيان	ليسا من نفس المستوي
5	مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2-9CM^2=0$ هي	مستوٍ	سطح كرة	مجموعة خالية

التمرين الثاني:(04 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $9z^2-6\sqrt{3}z+4=0$.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، لتكن النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب:

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{3}i$ و $z_B=\overline{z_A}$.

أ- اكتب كلاّ من z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب- بيّن أنّ: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437}=0$.

جـ- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{n}$ عددا حقيقيا.

3) f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=\left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$.

أ- عيّن طبيعة التحويل النقطي f و عناصره المميّزة.

ب- احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتحويل f .

جـ- عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون O مركز ثقل الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث:(05 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$: $6x-7y=19$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) جد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) بحيث $x_0=y_0$ ، ثم حل المعادلة (E).

2) استنتج قيم العدد الصحيح λ و التي تُحقّق: $\begin{cases}\lambda\equiv 24[7]\\ \lambda\equiv 5[6]\end{cases}$، ثم عيّن باقي قسمة العدد λ على 42 .

3) عيّن جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $|x+y-1|\leq 13$.

4) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تُحقّق الجملة: $\begin{cases}n-5^n\equiv 2020[7]\\ n\equiv 1437[6]\end{cases}$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث: $0,4<\alpha<0,5$.

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ب- بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a.

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h(x)=f(x)-\left[f'(a)(x-a)+f(a)\right]$.

أ- تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $h'(x)=f'(x)-f'(a)$.

ب- باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g ، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغيّر h على $]-1;+\infty[$.

جـ- حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a) .

4) أ- بيّن أنّه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.

ب- ارسم المماسين والمنحنى (C) .

5) نعتبر الدالة H المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $H(x)=\dfrac{1}{2}\left(x^2-2x-3\right)\ln(x+1)-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x$.

أ- بيّن أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ب- احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

انتهى الموضوع الأول

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة	
	مجزأة	مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقطة)		
1) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ج) لأنّ كل من النقطتين A و C تنتميان إلى (P).	**0,50**	
2) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ الشعاع الناظمي $\vec{n}(1;-2;1)$ لـ (P) لا يُعامد $\overrightarrow{AB}(-1;2;-3)$.	**0,75**	
3) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ $B\in(\Delta)$ و $\overrightarrow{OB}(0;3;1)$ يُعامد $\vec{u}(-1;1;3)$ شعاع توجيه (Δ).	**0,75**	
4) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح أ) لأنّ C نقطة مشتركة بين (AC) و (Δ) بينما $A\notin(\Delta)$ (أو بأيّ طريقة أخرى).	**01**	**04**
5) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ العلاقة $BM^2-9CM^2=0$ تكافئ $\left(\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{CM}\right)\left(\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{CM}\right)=0$ أي: $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{HM}=0$ حيث G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-3)\}$ و H مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3)\}$ إذن مجموعة النقط هي سطح الكرة التي قطرها $[GH]$.	**01**	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) حلا المعادلة هما: $z_1=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{3}i$ و $z_2=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{3}i$	**0,50**	
2) أ) الشكل الأسي $z_A=\frac{2}{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B=\frac{2}{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$.	**0,50**	
ب) لدينا $\frac{z_A}{z_B}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437}=e^{i2\pi(336)}+e^{i(2\pi(239)+\pi)}=1-1=0$	**0,75**	
جـ) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{3}}$ يكون حقيقيا إذا كان $\frac{n\pi}{3}=k\pi$ ومنه $n=3k\ ;k\in\mathbb{N}$.	**0,50**	**04**
3) أ) $z'=\left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$ تكافئ $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ومنه f دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$	**0,75**	
ب) $f(A)=C$ ومنه $z_C=\frac{2}{3}i$.	**0,50**	
جـ) لدينا: $z_A+z_B+z_C+z_D=0$ ومنه $z_D=-\frac{2\sqrt{3}}{3}-i\frac{2}{3}$.	**0,50**	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) الحل الخاص هو: $(x_0;y_0)=(-19;-19)$. مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $(x;y)=(7k-19;6k-19);k\in\mathbb{Z}$.	**0,50** **0,75**	
2) $(\lambda\in\mathbb{Z})$ الجملة $\begin{cases}\lambda\equiv 24[7]\\ \lambda\equiv 5[6]\end{cases}$ تكافئ المعادلة (E). ومنه $\lambda=6x+5=6(7k-19)+5=42k-109;k\in\mathbb{Z}$ ، باقي قسمة λ على 42 هو 17	**0,75** **0,25**	**03**
3) $\|x+y-1\|\le 13$ تكافئ $2\le k\le 4$ و $k\in\mathbb{Z}$ ومنه $(x;y)\in\{(-5;-7),(2;-1),(9;5)\}$	**0,75**	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
4) أ) لدينا: $5^{6k+\alpha}\equiv 5^{\alpha}[7]$ حيث $\alpha\in\{0,1,2,3,4,5\}$ و k عدد طبيعي ومنه مجموعة البواقي هي: $\{1,5,4,6,2,3\}$.	01	02
ب) $\begin{cases} n-5^{n}\equiv 2020[7]\\ n\equiv 1437[6]\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} n-6\equiv 4[7]\\ n=6k+3\end{cases};k\in\mathbb{N}$ ومنه $\begin{cases} n=6k+3\\ n=7q+3\end{cases}$ ومنه $n=42m+3\,;\,m\in\mathbb{N}$.	01	
<u>التمرين الرابع:</u> (07 نقاط)		07
I) 1) أ) $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}-1} g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.	0,50	
ب) $g'(x)=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{(x+1)^2}$ إذن g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$. جدول التغيرات	0,75 0,25	
2/ أ) g مستمرة ورتيبة تماما على $[0.4;0.5]$ ولدينا $g(0,4)=-0,09$ و $g(0,5)=0,07$ ومنه المعادلة تقبل حلا وحيد α حيث: $0,4<\alpha<0,5$.	0,50	
ب) إشارة $g(x)$	0,25	
II) 1) $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}-1} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0,50	
2) أ) f تقبل الاشتقاق على $]-1;+\infty[$ و $f'(x)=g(x)$ إذن f متناقصة تماما على $]-1;\alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$. جدول التغيرات	0,50 0,25	
ب) $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ و الحصر لـ $f(\alpha)$.	$0,25\times 2$	
3) أ) التحقق أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإنّ $h'(x)=f'(x)-f'(a)$.	0,25	
ب) $h'(x)=f'(x)-f'(a)=g(x)-g(a)$ و $h'(x)=0$ يعني $x=a$ و بما أنّ g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ فإن: $h'(x)>0$ على المجال $]a;+\infty[$ و $h'(x)<0$ على المجال $]-1;a[$. h متزايدة تماما على $[a;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-1;a]$.	0,50	
جـ) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن $f(x)-y=h(x)$ و $h(a)=0$ ومنه $h(x)\geq 0$ وهذا يعني (C) يقع فوق المماس (T_a).	0,25	
4) أ) (T_a) تشمل النقطة $A(1;0)$ يعني $-a^2+3a=0$ ومنه $a=0$ أو $a=3$ معادلتيهما: $(T_0):y=-x+1$ و $(T_3):y=\left(\dfrac{1}{2}+\ln 4\right)(x-1)$.	0,75	
ب) رسم المماسين (T_0) و (T_3) و المنحني (C).	0,75	
5) أ) $H'(x)=(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.	0,25	
ب) $A=\left(\int_1^2 f(x)dx\right)u.a=\left(-\dfrac{3}{2}\ln 3+2\ln 2+\dfrac{7}{4}\right)u.a$ أي $A\approx 1,48u.a$	0,25	